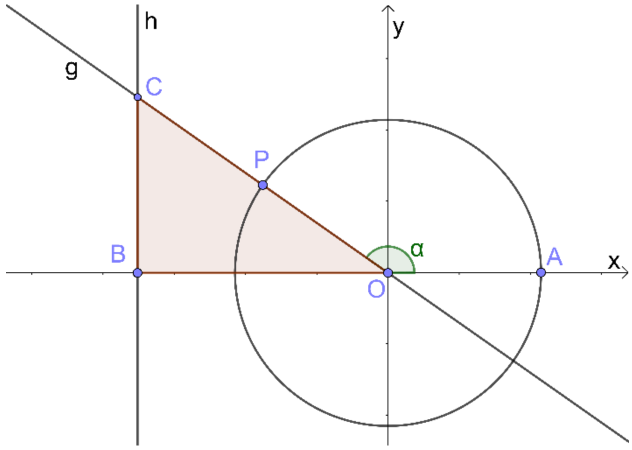
Exercício 1

Na Figura, está representado, num referencial o.n. xOy, o círculo trigonométrico.



Considere que um ponto P se move sobre a circunferência ao longo do segundo quadrante.

Para cada posição do ponto P, seja $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ a amplitude do ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}P$.

O ponto B pertence ao eixo das abcissas e verifica a igualdade $\overline{BP} = \overline{PO}$.

O ponto C resulta da interseção da reta g com a reta h perpendicular ao eixo das abcissas e que contém B.

<u>Resolva os itens seguintes **sem recorrer à calculadora.**</u>

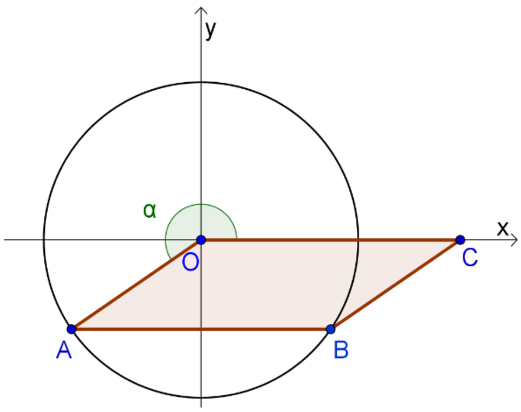
a) Mostre que a área do triângulo [COB] é dada em função de α por: $A(\alpha) = -2sen(\alpha)\cos(\alpha)$

b) Para um certo valor de α tem-se: $tg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{3}{5}$.

Determine a área do triângulo [COB], para esse valor de α .

Exercício 2

Na figura ao lado, está representado em referencial o.n. Oxy, a circunferência trigonométrica e um paralelogramo a sombreado.
Sabe-se que:



- o ponto A desloca-se ao longo da circunferência no terceiro quadrante;
- o ponto C pertence ao semieixo positivo das abcissas;
- o ponto B é o simétrico do ponto A relativamente ao eixo Oy;
- para cada posição do ponto A, α é a amplitude do ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}A$.

<u>Resolva os três itens seguintes, **sem recorrer à calculadora**.</u>

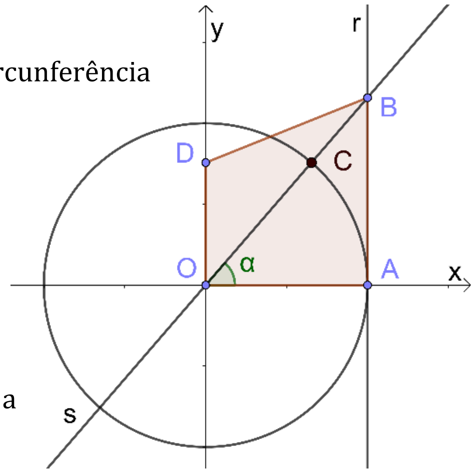
a) Mostre que o perímetro do quadrilátero [ABCO] é dado por $P(\alpha) = 2 - 4\cos(\alpha)$;

b) Determine o valor de α para o qual o perímetro da região sombreada é 4;

c) Para um certo valor de α, sabe-se que $\text{tg}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{3}{4}$

Determine, para esse valor de α, o perímetro do paralelogramo .

Exercício 3



Na figura ao lado, está representado em referencial o.n. Oxy, a circunferência trigonométrica e um trapézio retângulo a sombreado.

Sabe-se que:

- o ponto C desloca-se ao longo da circunferência no primeiro quadrante;
- o ponto A tem coordenadas (1,0);
- para cada posição do ponto C, α é a amplitude do ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}C$;
- a reta s é a reta que contém a origem do referencial e o ponto C;
- o ponto B resulta da interseção da reta r de equação x=1 com a reta s.

<u>Resolva os itens seguintes, **sem recorrer à calculadora.**</u>

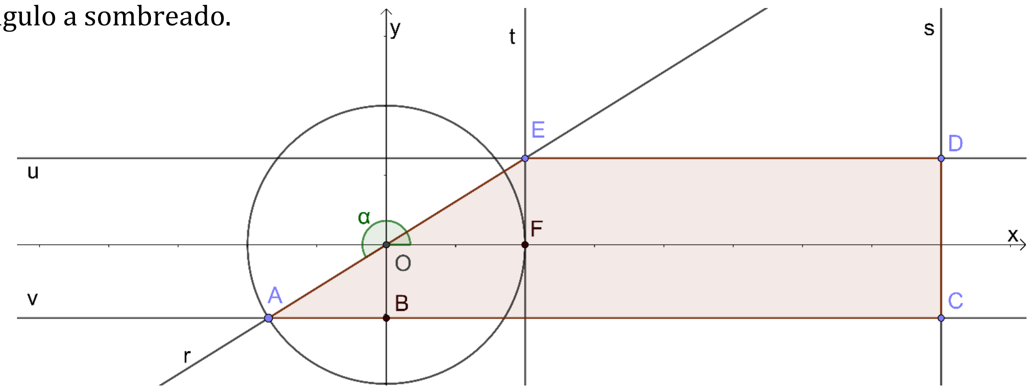
a) Mostre a área do quadrilátero [ABDO] é dada, em função de α por $A(\alpha) = \frac{\sin\alpha}{2} \times \left(\frac{1}{\cos\alpha} + 1\right)$;

b) Seja β um ângulo no domínio do problema de tal forma que se tem $\tan(\pi + \beta) = 2$. Determine nestas condições a área do trapézio correspondente.

c) Seja θ um ângulo no domínio do problema de tal forma que se tem $\overline{OB} = 3\overline{AB}$. Determine nestas condições a área do trapézio correspondente.

Exercício 4

Na figura seguinte, está representado em referencial o.n. Oxy, a circunferência trigonométrica e um trapézio retângulo a sombreado.



Sabe-se que:

- o ponto A desloca-se ao longo da circunferência no terceiro quadrante;
- o ponto F tem coordenadas (1,0);
- para cada posição do ponto A, α é a amplitude do ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}A$;
- a reta r é a reta que contém a origem do referencial e o ponto A;
- a reta v contém o ponto A e é paralela ao eixo Ox;
- o ponto C resulta da interseção da reta s de equação x=4 com a reta v;
- o ponto E resulta da interceção da reta r com a reta t de equação x=1;
- a reta u é paralela ao eixo Ox e contém o ponto E;
- O ponto D resulta da interceção das retas s e u.

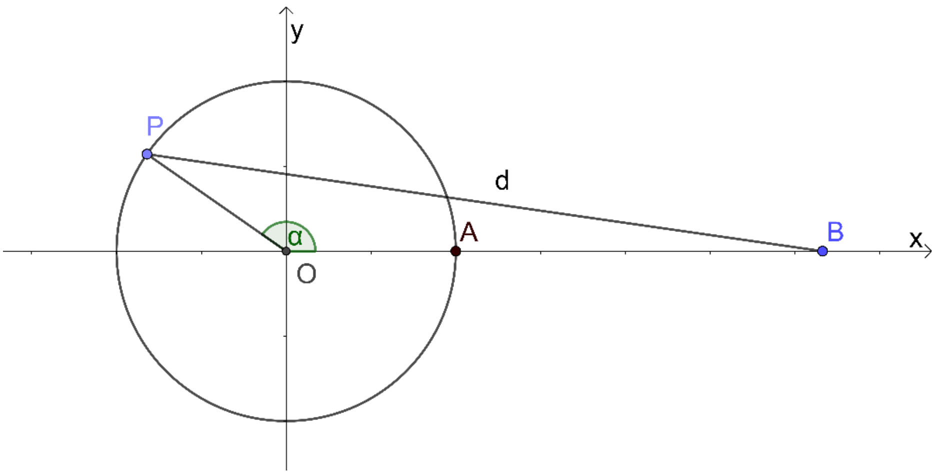
Resolva os itens seguintes, **sem recorrer à calculadora.**

d) Mostre a área do quadrilátero [ACDE] é dada, em função de α por $A(\alpha) = \frac{\sin\alpha \times [\sin(\alpha) - 8]}{2} + \frac{7}{2}\tan\alpha$;

e) Seja β um ângulo no domínio do problema de tal forma que se tem $\text{sen}(\beta - \frac{5\pi}{2}) = \frac{1}{3}$. Determine nestas condições a área do trapézio correspondente.

Exercício 5

Na Figura, está representado, num referencial o.n. *xOy*, o círculo trigonométrico.



Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1, 0)$.
- o ponto B tem coordenadas $(\sqrt{10}, 0)$.

Considere que um ponto P se move sobre a circunferência. Para cada posição do ponto P, seja $d = \overline{PB}$ e seja $\alpha \in [0, 2\pi[$ a amplitude, em radianos, do ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}P$.

Resolva os três itens seguintes **sem recorrer à calculadora**.

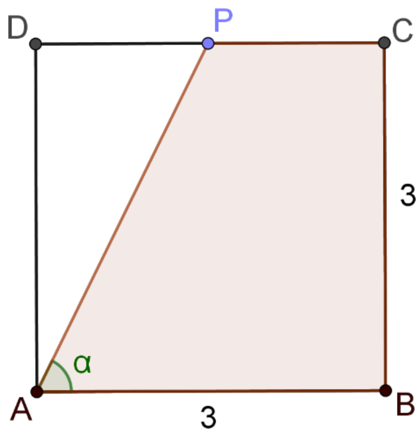
a) Mostre que $d^2 = -2\sqrt{10}\cos\alpha + 11$.

b) Determine os valores de $\alpha \in [0, 2\pi[$ para os quais $d^2 = \sqrt{20} + 11$.

c) Para um certo valor de α pertencente ao intervalo $[0, \pi[$ tem-se $tg\alpha = 3$.

Determine d, para esse valor de α .

Exercício 6



Na figura ao lado, está representado o quadrado de lado 3.

Considere que um ponto P se desloca ao longo do lado [CD], nunca coincidindo com o ponto C, nem com o ponto D

Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo BAP com $x \in \left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$

Resolva os três itens seguintes, **sem recorrer à calculadora**

d) Mostre que a área da região sombreada é dada por $9 - \frac{9}{2tgx}$

e) Determine o valor de para o qual a área da região sombreada é $\frac{54-9\sqrt{3}}{6}$

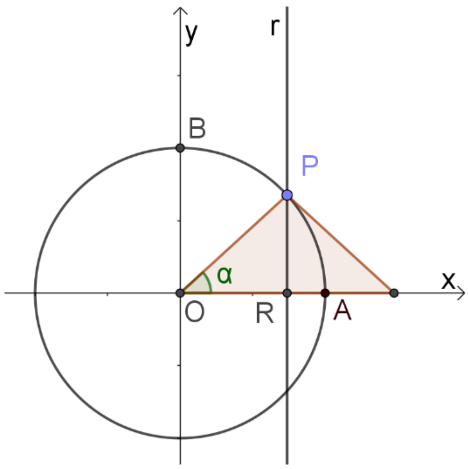
f) Para um certo valor de x, sabe-se que $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{12}{13}$

Exercício 7

Na figura seguinte, está representada, em referencial o.n. xOy, a circunferência de centro em O e raio 4 Os pontos A e B são os pontos de interseção da circunferência com os semieixos positivos Ox e Oy, respetivamente. Considere que um ponto P se desloca ao longo do arco AB, nunca coincidindo com o ponto A, nem com o ponto B.

Para cada posição do ponto P, sabe-se que:

- o ponto Q ´e o ponto do eixo Ox tal que $\overline{PO} = \overline{PQ}$.
- a reta r é a mediatriz do segmento [OQ].
- o ponto R é o ponto de interseção da reta r com o eixo Ox.
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo AOP $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.



Seja f a função, de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, definida por f(x) = 16 sen x cos x

Resolva os itens seguintes sem recorrer à calculadora.

a) Mostre que a área do triângulo [OP Q] é dada por f(α).

b) Determine o valor de α, pertencente ao intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, para o qual se tem $f(\alpha) = 16cos^2(\alpha)$.

c) Seja θ um número real, pertencente ao intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, tal que f(θ) = 4. Determine o valor de $(\sin\theta + \cos\theta)^2$.